



คำนำ

แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่มที่ 2 เรื่อง ความหมายและชนิดของเมทริกซ์ เล่มนี้ จัดทำขึ้นเพื่อพัฒนาทักษะการคิดวิเคราะห์ การคิดสังเคราะห์ และการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยมุ่งเน้นให้นักเรียนเกิดทักษะกระบวนการทางคณิตศาสตร์ รวมทั้งสามารถนำความรู้ไปประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวันได้ แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เล่มนี้ได้สอดแทรกเนื้อหาสาระการเรียนรู้และกิจกรรมไว้อย่างหลากหลาย มีลำดับขั้นตอนการทำ จากง่ายไปหายาก ช่วยกระตุ้นให้นักเรียนอยากเรียนรู้ ทำลายความสามารถ เหมาะสมกับวัย และพัฒนาการของนักเรียน มีเนื้อหาครอบคลุมวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2 ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 สอดคล้องกับสาระและมาตรฐาน การเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ จัดทำขึ้นทั้งหมด 7 เล่ม เล่มที่ 2 นี้ ประกอบไปด้วยคำแนะนำสำหรับครูผู้สอน คำแนะนำสำหรับนักเรียน ลำดับขั้นตอนการใช้ แบบฝึกทักษะ ผลการเรียนรู้ จุดประสงค์การเรียนรู้ แบบทดสอบก่อนเรียน ใบความรู้ แบบฝึกทักษะ แบบทดสอบหลังเรียนและแบบบันทึกคะแนน มีเฉลยแบบทดสอบ เฉลยแบบฝึกทักษะ และเกณฑ์ การให้คะแนนอยู่ในภาคผนวกท้ายเล่ม

ผู้จัดทำหวังเป็นอย่างยิ่งว่าแบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ความหมายและชนิดของเมทริกซ์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่มนี้ จักเป็นประโยชน์แก่นักเรียน ผู้สนใจและครูผู้สอนสามารถนำไปใช้ในการจัดการเรียนรู้ ขอขอบคุณผู้เชี่ยวชาญ ผู้มีส่วนร่วม และกัลยาณมิตรทุกท่านที่ให้คำแนะนำ และตรวจสอบแบบฝึกทักษะเล่มนี้จนสำเร็จลุล่วงด้วยดี

พนิดา เจริญสุข



สารบัญ

เรื่อง	หน้า
คำนำ	ก
สารบัญ	๗
คำแนะนำสำหรับครูผู้สอน	ง
คำแนะนำสำหรับนักเรียน	จ
ลำดับขั้นตอนการใช้แบบฝึกทักษะของนักเรียน	ฉ
ผลการเรียนรู้	๗
จุดประสงค์การเรียนรู้	๗
แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง ความหมายและชนิดของเมทริกซ์	1
กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง ความหมายและชนิดของเมทริกซ์	4
ใบความรู้ที่ 1 เรื่อง ความหมายและสัญลักษณ์ของเมทริกซ์	5
แบบฝึกทักษะที่ 1.1 เรื่อง มิติของเมทริกซ์	8
แบบฝึกทักษะที่ 1.2 เรื่อง สมาชิกของเมทริกซ์	10
ใบความรู้ที่ 2 เรื่อง ชนิดของเมทริกซ์	12
แบบฝึกทักษะที่ 2.1 เรื่อง ชนิดของเมทริกซ์	19
แบบฝึกทักษะที่ 2.2 เรื่อง ชนิดของเมทริกซ์	21
แบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง ความหมายและชนิดของเมทริกซ์	23
กระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง ความหมายและชนิดของเมทริกซ์	26
แบบบันทึกคะแนน เรื่อง ความหมายและชนิดของเมทริกซ์	26



สารบัญ (ต่อ)

เรื่อง	หน้า
ภาคผนวก.....	28
เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง ความหมายและชนิดของเมทริกซ์	29
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.1 เรื่อง มิติของเมทริกซ์	30
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.2 เรื่อง สมาชิกของเมทริกซ์.....	32
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2.1 เรื่อง ชนิดของเมทริกซ์	35
เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2.2 เรื่อง ชนิดของเมทริกซ์	37
เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง ความหมายและชนิดของเมทริกซ์.....	39
บรรณานุกรม.....	40





คำแนะนำสำหรับครูผู้สอน

1. แบบฝึกทักษะเล่มนี้ใช้ร่วมกับการจัดกิจกรรมการเรียนรู้แบบกลุ่มเทคนิค TAI (Team Assisted Individualization) ครูผู้สอนสามารถนำไปใช้จัดกิจกรรมการเรียนรู้ตามคู่มือการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ โดยใช้แบบฝึกทักษะคณิตศาสตร์ เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์ ระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ตามที่จัดให้ไว้อย่างครบถ้วน
2. ชี้แจงจุดประสงค์การเรียนรู้ วิธีการเรียนรู้ให้นักเรียนทราบ และร่วมกันทำข้อตกลงในการเรียน ให้ตรงกันระหว่างครูกับนักเรียน
3. ให้นักเรียนอ่านคำแนะนำและขั้นตอนการใช้แบบฝึกทักษะก่อนลงมือทำแบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น เป็นรายบุคคล จากนั้นส่งกระดาษคำตอบให้ครูเป็นผู้ตรวจและบันทึกผลคะแนนเก็บไว้
4. ให้นักเรียนศึกษาใบความรู้ก่อนลงมือทำแบบฝึกทักษะแต่ละแบบฝึกด้วยความตั้งใจ หลังจากนั้น ให้นักเรียนจับคู่กันภายในกลุ่มตรวจคำตอบจากเฉลยแบบฝึกทักษะในภาคผนวกอย่างรอบคอบและ ซื่อสัตย์โดยครูจะเป็นผู้ตรวจสอบอีกครั้ง
5. ในการจัดกิจกรรมการเรียนรู้เมื่อนักเรียนมีปัญหาในการทำแบบฝึกทักษะ หรือไม่เข้าใจในเรื่อง ที่เรียนครูต้องอธิบายนักเรียนเพิ่มเติมทันทีจนกระทั่งนักเรียนเข้าใจอย่างถ่องแท้
6. นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น เป็นรายบุคคลและส่ง กระดาษคำตอบให้ครูตรวจ ครูแจ้งผลการตรวจแบบทดสอบหลังเรียนให้นักเรียนทราบแล้วนำไปหา ค่าเฉลี่ยเป็นคะแนนความสำเร็จของกลุ่ม





คำแนะนำสำหรับนักเรียน

1. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง ความหมายและชนิดของเมทริกซ์ เป็นรายบุคคลลงในกระดาษคำตอบโดยใช้เวลา 20 นาที
2. ให้นักเรียนแต่ละคนศึกษาใบความรู้อย่างละเอียดทุกครั้งก่อนลงมือทำแบบฝึกทักษะด้วยความตั้งใจ หลังจากนั้นตรวจแต่ละแบบฝึกทักษะจากเฉลยในภาคผนวกที่ละแบบฝึกตามลำดับอย่างรอบคอบและซื่อสัตย์ แล้วบันทึกคะแนนลงในแบบบันทึกคะแนน ถ้าผลคะแนนจากการทำแบบฝึกทักษะผ่านเกณฑ์ร้อยละ 80 นักเรียนสามารถศึกษาใบความรู้ หรือทำแบบฝึกทักษะต่อไปได้ หากมีสมาชิกในกลุ่มได้คะแนนต่ำกว่าเกณฑ์ ให้สมาชิกในกลุ่มนั้นช่วยเหลือและให้คำแนะนำแก่เพื่อนแล้วทำแบบฝึกทักษะจนผ่านเกณฑ์ร้อยละ 80
3. ในการทำแบบฝึกทักษะทุกครั้ง ขอให้นักเรียนทำด้วยความตั้งใจ และมีความซื่อสัตย์ต่อตนเอง ไม่ลอกเพื่อนหรือเปิดดูเฉลยก่อน ควรทำให้เสร็จในเวลาที่กำหนด หากมีข้อสงสัยในส่วนที่เป็นเนื้อหา ก่อนลงมือทำแบบฝึกทักษะในแต่ละชุด นักเรียนสามารถขอคำปรึกษาและซักถามจากครูผู้สอนได้
4. เมื่อศึกษาใบความรู้และทำแบบฝึกทักษะผ่านเกณฑ์ร้อยละ 80 ครบทุกชุดแล้ว ให้นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้น เป็นรายบุคคลลงในกระดาษคำตอบโดยใช้เวลา 20 นาที



ลำดับขั้นตอนการใช้แบบฝึกทักษะของนักเรียน



ทำความเข้าใจคำแนะนำการใช้
แบบฝึกทักษะสำหรับนักเรียน

ทำแบบทดสอบก่อนเรียน

ศึกษาแบบฝึกทักษะ เล่มที่ 2
โดย - ศึกษาใบความรู้
- ทำแบบฝึกทักษะ

ทำแบบทดสอบหลังเรียน

ผ่านเกณฑ์
(ร้อยละ 80)

ไม่ผ่านเกณฑ์

ศึกษาแบบฝึกทักษะวิชาคณิตศาสตร์
เล่มที่ 3
เรื่อง การบวกและการลบเมทริกซ์



ผลการเรียนรู้

มีความคิดรวบยอดเกี่ยวกับเมทริกซ์ และการดำเนินการของเมทริกซ์



จุดประสงค์การเรียนรู้

ด้านความรู้ (K)	1. นักเรียนสามารถบอกความหมายของเมทริกซ์ได้ 2. นักเรียนสามารถเขียนสัญลักษณ์แทนเมทริกซ์ได้ 3. นักเรียนสามารถบอกชนิดของเมทริกซ์ได้
ด้านทักษะกระบวนการ (P)	1. นักเรียนมีความสามารถในการให้เหตุผล 2. นักเรียนมีความสามารถในการเชื่อมโยง
ด้านคุณลักษณะอันพึงประสงค์ (A)	1. นักเรียนมีวินัย รับผิดชอบ 2. นักเรียนใฝ่เรียนรู้





แบบทดสอบก่อนเรียน เรื่อง ความหมายและชนิดของเมทริกซ์

วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2

รหัสวิชา ค31202

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

จำนวน 10 ข้อ

เวลา 20 นาที

คะแนนเต็ม 10 คะแนน

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ
2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท (X) ลงในกระดาษคำตอบ

1. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. A เป็นเมทริกซ์ที่มี 2 หลัก 3 แถว

ข. 3×2 เป็นมิติของเมทริกซ์ Aค. 2×3 เป็นมิติของเมทริกซ์ Aง. A เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาด 3×2

2. กำหนด $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. B เป็นเมทริกซ์ที่มี 2 แถว 3 หลัก

ข. 3×2 เป็นมิติของเมทริกซ์ Bค. 2×3 เป็นมิติของเมทริกซ์ Bง. B เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาด 2×3

3. ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. เมทริกซ์จัตุรัสเขียนแทนด้วย $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ ข. เมทริกซ์จัตุรัสมีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลัก คือ a_{ij} เมื่อ $i = j$ ค. เมทริกซ์จัตุรัสมีสมาชิกที่อยู่เหนือแนวเส้นทแยงมุมหลัก คือ a_{ij} เมื่อ $i < j$ ง. เมทริกซ์จัตุรัสมีสมาชิกที่อยู่ใต้แนวเส้นทแยงมุมหลัก คือ a_{ij} เมื่อ $i > j$ 

เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์

4. กำหนด $A = [a_{ij}]_{1 \times 3}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $A = [a_{ij}]_{1 \times 3}$ เมื่อ $i \in \{1, 2, 3\}$ และ $j \in \{1\}$

ข. $A = [a_{ij}]_{1 \times 3}$ เมื่อ $i \in \{1\}$ และ $j \in \{3\}$

ค. $A = [a_{ij}]_{1 \times 3}$ เมื่อ $i \in \{3\}$ และ $j \in \{1, 2, 3\}$

ง. $A = [a_{ij}]_{1 \times 3}$ เมื่อ $i \in \{1\}$ และ $j \in \{1, 2, 3\}$

5. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 1 \\ 4 & -3 & 0 & -4 \end{bmatrix}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $a_{11} + a_{21} + a_{31} = 7$

ข. $a_{11} - a_{22} + a_{33} = 2$

ค. $a_{12} + a_{23} + a_{34} = 4$

ง. $a_{14} - a_{24} + a_{34} = -5$

6. กำหนด $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}$ แล้วข้อใดถูกต้อง

ก. A เป็นเมทริกซ์จัตุรัส

ข. A เป็นเมทริกซ์สเกลาร์

ค. A เป็นเมทริกซ์ศูนย์

ง. A เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์

7. กำหนดให้ $A = [a_{ij}]_{4 \times 4}$ ถ้า $a_{ij} = \begin{cases} i + j & \text{เมื่อ } i < j \\ 1 & \text{เมื่อ } i = j \\ i - j & \text{เมื่อ } i > j \end{cases}$ แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 1 & 1 \\ 5 & 6 & 7 & 1 \end{bmatrix}$

ข. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 1 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$



เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์

$$\text{ค. } A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & 1 & 5 & 6 \\ -2 & -1 & 1 & 7 \\ -3 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{ง. } A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 7 \\ 5 & 6 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

8. ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. เมทริกซ์เอกลักษณ์เป็นเมทริกซ์สเกลาร์

ข. เมทริกซ์สเกลาร์เป็นเมทริกซ์จัตุรัส

ค. เมทริกซ์เอกลักษณ์เป็นเมทริกซ์จัตุรัส

ง. เมทริกซ์สเกลาร์เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์

9. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ แล้วข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. สมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลัก คือ 0

ข. A เป็นเมทริกซ์ที่มีมิติ 4×4

ค. A เมทริกซ์จัตุรัส

ง. A เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์

10. กำหนด $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ ข้อใดต่อไปนี้ มีผลลัพธ์ต่างจากข้ออื่น

ก. $a_{11} + a_{33} + a_{23}$

ข. $2a_{33} - a_{11}a_{13} + a_{22}$

ค. $a_{13} + a_{22} + 3a_{31}$

ง. $2a_{11} + a_{21} + a_{31}$





กระดาษคำตอบแบบทดสอบก่อนเรียน
เรื่อง ความหมายและชนิดของเมทริกซ์

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				



คะแนนเต็ม 10 คะแนน
ทำได้.....คะแนน

เริ่มศึกษาใบความรู้ที่ 1
ความหมายและชนิดของเมทริกซ์



เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์



ตัวอย่างที่ 2

กำหนด $B = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ จงหามิติของเมทริกซ์ จำนวนแถว จำนวนหลัก

พร้อมทั้งบอกตำแหน่งของสมาชิกแต่ละตัว

วิธีทำ

มิติของเมทริกซ์ B คือ 2×2

เมทริกซ์ B มี 2 แถว 2 หลัก

มีสมาชิก คือ $a_{11} = 2, a_{12} = 6,$

$$a_{21} = 1, a_{22} = 2$$



ตัวอย่างที่ 3

กำหนด $C = [-1 \quad 0 \quad 1]$ จงหามิติของเมทริกซ์ จำนวนแถว จำนวนหลัก

พร้อมทั้งบอกตำแหน่งของสมาชิกแต่ละตัว

วิธีทำ

มิติของเมทริกซ์ C คือ 1×3

เมทริกซ์ C มี 1 แถว 3 หลัก

มีสมาชิก คือ $a_{11} = -1, a_{12} = 0, a_{13} = 1$



ตัวอย่างที่ 4

กำหนด $D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ จงหามิติของเมทริกซ์ จำนวนแถว จำนวนหลัก

พร้อมทั้งบอกตำแหน่งของสมาชิกแต่ละตัว

วิธีทำ

มิติของเมทริกซ์ D คือ 3×3

เมทริกซ์ D มี 3 แถว 3 หลัก

มีสมาชิก คือ $a_{11} = 1, a_{12} = 2, a_{13} = 3,$

$$a_{21} = 4, a_{22} = 5, a_{23} = 6,$$

$$a_{31} = 7, a_{32} = 8, a_{33} = 9$$



เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์



ตัวอย่างที่ 5

กำหนด $F = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -3 & -4 \\ -5 & -6 & 6 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ จงหามิติของเมทริกซ์ จำนวนแถว



วิธีทำ

จำนวนหลัก พร้อมทั้งบอกตำแหน่งของสมาชิกแต่ละตัว

มิติของเมทริกซ์ F คือ 3×4

เมทริกซ์ F มี 3 แถว 4 หลัก

มีสมาชิก คือ $a_{11} = -1, a_{12} = -2, a_{13} = -3, a_{14} = -4,$

$$a_{21} = -5, a_{22} = -6, a_{23} = 6, a_{24} = 5,$$

$$a_{31} = 4, a_{32} = 3, a_{33} = 2, a_{34} = 1$$



ตัวอย่างที่ 6

กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$, $B = [1 \ 0 \ -1]$ และ $C = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$

จงหา 1. $a_{11} + b_{12} - c_{21}$

2. $2b_{13} - 3c_{11} + a_{22}$

3. ถ้า $a_{ij} + b_{11} + c_{ij} = 0$ แล้ว a_{ij} และ c_{ij} มีค่าเท่าไร



วิธีทำ

1. $a_{11} + b_{12} - c_{21} = 1 + 0 - 1 = 0$

2. $2b_{13} - 3c_{11} + a_{22} = 2(-1) - 3(-2) + (-4) = 0$

3. ถ้า $a_{ij} + b_{11} + c_{ij} = 0$ แล้ว a_{ij} และ c_{ij} มีค่าเท่าไร

จาก $a_{ij} + b_{11} + c_{ij} = 0$

จะได้ $1 + 1 + (-2) = 0$

นั่นคือ a_{ij} คือ $a_{11} = 1$

b_{ij} คือ $c_{11} = -2$



เมื่อเข้าใจแล้วลองมาทำ
แบบฝึกทักษะที่ 1.1 กันเลยค่าะ



แบบฝึกทักษะที่ 1.1

เรื่อง มิติของเมทริกซ์



คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนจำนวนแถว จำนวนหลัก และมิติลงในตารางให้ถูกต้อง

ข้อ	เมทริกซ์	จำนวนแถว	จำนวนหลัก	มิติ
ตัวอย่าง	$Z = \begin{bmatrix} -2 & 3 \end{bmatrix}$	1	2	1×2
1	$A = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$			
2	$B = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$			
3	$C = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$			
4	$D = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$			
5	$E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$			
6	$F = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 2 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & 8 \end{bmatrix}$			



เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์

ข้อ	เมทริกซ์	จำนวนแถว	จำนวนหลัก	มิติ
7	$G = \begin{bmatrix} -4 & 2 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$			
8	$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 4 & -4 \end{bmatrix}$			
9	$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$			
10	$J = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \end{bmatrix}$			



แบบฝึกทักษะที่ 1.2

เรื่อง สมาชิกของเมทริกซ์



คำชี้แจง : ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1 กำหนด $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 4 & -6 & 0 \end{bmatrix}$ จงหา $a_{12}, a_{13}, a_{21}, a_{23}$

วิธีทำ a_{12} คือ สมาชิกของ A ในแถวที่.....1.....หลักที่.....2.....
 ดังนั้น $a_{12} = \dots\dots\dots 1 \dots\dots\dots$
 a_{13} คือ สมาชิกของ A ในแถวที่.....หลักที่.....
 ดังนั้น $a_{13} = \dots\dots\dots$
 a_{21} คือ สมาชิกของ A ในแถวที่.....หลักที่.....
 ดังนั้น $a_{21} = \dots\dots\dots$
 a_{23} คือ สมาชิกของ A ในแถวที่.....หลักที่.....
 ดังนั้น $a_{23} = \dots\dots\dots$

2 กำหนด $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & -3 & 5 \\ -4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ จงหา $b_{11}, b_{13}, b_{21}, b_{22}, b_{23}, b_{32}, b_{33}$

วิธีทำ b_{11} คือ สมาชิกของ B ในแถวที่.....1.....หลักที่.....1.....
 ดังนั้น $b_{11} = \dots\dots\dots 2 \dots\dots\dots$
 b_{13} คือ สมาชิกของ B ในแถวที่.....1.....หลักที่.....3.....
 ดังนั้น $b_{13} = \dots\dots\dots 4 \dots\dots\dots$
 b_{21} คือ สมาชิกของ B ในแถวที่.....หลักที่.....
 ดังนั้น $b_{21} = \dots\dots\dots$



เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์

b_{22} คือ สมาชิกของ B ในแถวที่.....หลักที่.....

ดังนั้น $b_{22} =$

b_{23} คือ สมาชิกของ B ในแถวที่.....หลักที่.....

ดังนั้น $b_{23} =$

b_{32} คือ สมาชิกของ B ในแถวที่.....หลักที่.....

ดังนั้น $b_{32} =$

b_{33} คือ สมาชิกของ B ในแถวที่.....หลักที่.....

ดังนั้น $b_{33} =$

3 กำหนด $C = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 & 2 \\ -3 & -2 & 2 & 3 \\ -4 & -3 & 3 & 4 \\ -5 & -4 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ และ $D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ จงหา

1) $c_{11}d_{11} + c_{12}d_{12} + c_{13}d_{13} + c_{14}d_{14}$

2) $c_{11}d_{21} - c_{22}d_{22} - c_{33}d_{23} + c_{44}d_{24}$

วิธีทำ 1) $c_{11}d_{11} + c_{12}d_{12} + c_{13}d_{13} + c_{14}d_{14}$

.....

2) $c_{11}d_{21} - c_{22}d_{22} - c_{33}d_{23} + c_{44}d_{24}$

.....



ใบความรู้ที่ 2

เรื่อง ชนิดของเมทริกซ์



เมทริกซ์ที่นักเรียนควรรู้จัก มีดังนี้

1. เมทริกซ์จัตุรัส (Square matrix)

เป็นเมทริกซ์ที่มีจำนวนแถวเท่ากับจำนวนหลัก เขียนแทนด้วย $A = [a_{ij}]_{n \times n}$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

เส้นทแยงมุมหลัก

เส้นทแยงมุมหลัก (main diagonal) เป็นเส้นที่ลากจากมุมบนซ้ายลงสู่มุมล่างขวา
(แนวสมาชิก $a_{11}, a_{22}, a_{33}, \dots, a_{nn}$)

หมายเหตุ : เมื่อใช้เส้นทแยงมุมหลักเป็นเกณฑ์ จะได้ว่า

1. สมาชิกที่อยู่ในแนวเส้นทแยงมุมทุกตัว คือ a_{ij} เมื่อ $i = j$
2. สมาชิกที่อยู่เหนือแนวเส้นทแยงมุมทุกตัว คือ a_{ij} เมื่อ $i < j$
3. สมาชิกที่อยู่ใต้แนวเส้นทแยงมุมทุกตัว คือ a_{ij} เมื่อ $i > j$



เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์



ตัวอย่างที่ 1

เมทริกซ์ต่อไปนี้ เป็นเมทริกซ์จัตุรัสหรือไม่ เพราะเหตุใด

1. $A = [1]$



ตอบ

เมทริกซ์ A เป็นเมทริกซ์จัตุรัส เพราะมีจำนวนแถวเท่ากับจำนวนหลัก คือเท่ากับ 1

2. $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$



ตอบ

เมทริกซ์ B เป็นเมทริกซ์จัตุรัส เพราะมีจำนวนแถวเท่ากับจำนวนหลัก คือเท่ากับ 3

3. $C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & 3 \\ -4 & 0 & 4 \end{bmatrix}$



ตอบ

เมทริกซ์ C ไม่เป็นเมทริกซ์จัตุรัส เพราะมีจำนวนแถวเท่ากับ 4 และมีจำนวนหลักเท่ากับ 3 ซึ่งไม่เท่ากัน

4. $D = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -3 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \end{bmatrix}$



ตอบ

เมทริกซ์ D ไม่เป็นเมทริกซ์จัตุรัส เพราะมีจำนวนแถวเท่ากับ 3 และมีจำนวนหลักเท่ากับ 4 ซึ่งไม่เท่ากัน



เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์



กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & -3 & 4 \\ 4 & 3 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ จงหา

1. สมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลัก
2. สมาชิกที่อยู่เหนือแนวเส้นทแยงมุมหลัก
3. สมาชิกที่อยู่ใต้แนวเส้นทแยงมุมหลัก

วิธีทำ

จาก $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & -3 & 4 \\ 4 & 3 & -1 & -2 \\ -2 & 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

1. สมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลัก ได้แก่ 1, 2, -1, 4
2. สมาชิกที่อยู่เหนือแนวเส้นทแยงมุมหลัก ได้แก่ 2, 3, 4, -3, 4, -2
3. สมาชิกที่อยู่ใต้แนวเส้นทแยงมุมหลัก ได้แก่ -1, 4, 3, -2, 1, 3



2. เมทริกซ์ศูนย์ (Zero matrix)

เป็นเมทริกซ์ที่มีสมาชิกทุกตัวเป็นศูนย์ เมื่อ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ และ $a_{ij} = 0$
เขียนแทนด้วย $\underline{0}$



หมายเหตุ : เมทริกซ์ศูนย์ไม่จำเป็นต้องเป็นเมทริกซ์จัตุรัส

ตัวอย่างที่ 3

เมทริกซ์ต่อไปนี้ เป็นเมทริกซ์ศูนย์หรือไม่ เพราะเหตุใด

1. $A = [0]$



ตอบ เมทริกซ์ A เป็นเมทริกซ์ศูนย์ เพราะมีสมาชิกเป็นศูนย์

2. $B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$



ตอบ เมทริกซ์ B เป็นเมทริกซ์ศูนย์ เพราะมีสมาชิกเป็นศูนย์ทุกตัว

3. $C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$



ตอบ เมทริกซ์ C เป็นเมทริกซ์ศูนย์ เพราะมีสมาชิกเป็นศูนย์ทุกตัว

4. $D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$



ตอบ เมทริกซ์ D ไม่เป็นเมทริกซ์ศูนย์ เพราะมีสมาชิกหนึ่งตัวที่ไม่เป็นศูนย์



3. เมทริกซ์สเกลาร์ (Scalar matrix)

เป็นเมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลัก (a_{ij} โดยที่ $i = j$) เท่ากันทุกตัว

และ a_{ij} ที่ $i \neq j$ เป็นศูนย์ทุกตัว



ตัวอย่างที่ 4

เมทริกซ์ต่อไปนี้ เป็นเมทริกซ์สเกลาร์หรือไม่ เพราะเหตุใด

$$1. A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



ตอบ

เมทริกซ์ A เป็นเมทริกซ์สเกลาร์ เพราะเป็นเมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลักเท่ากันทุกตัว คือ เท่ากับ 1 และสมาชิกที่เหลือเป็นศูนย์ทุกตัว

$$2. B = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$



ตอบ

เมทริกซ์ B เป็นเมทริกซ์สเกลาร์ เพราะเป็นเมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลักเท่ากันทุกตัว คือ เท่ากับ -2 และสมาชิกที่เหลือเป็นศูนย์ทุกตัว

$$3. C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$



ตอบ

เมทริกซ์ C ไม่เป็นเมทริกซ์สเกลาร์ เพราะสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลักแต่ละตัว ไม่เท่ากัน



4. เมทริกซ์เอกลักษณ์ (Identity matrix)

เป็นเมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลัก (a_{ij} โดยที่ $i = j$) เท่ากับ 1 ทุกตัว และ a_{ij} ที่ $i \neq j$ เป็นศูนย์ทุกตัว นั่นคือ

$$\text{เมื่อ } A = [a_{ij}]_{n \times n} \text{ จะได้ } a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } i = j \\ 0 & \text{เมื่อ } i \neq j \end{cases}$$

เขียนแทนด้วย I หรือ I_n สำหรับเมทริกซ์ $n \times n$

- หมายเหตุ :
1. ถ้า I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์แล้ว I เป็นเมทริกซ์สเกลาร์ด้วย
 2. $k \cdot I$ เป็นเมทริกซ์สเกลาร์ เมื่อ k เป็นค่าคงตัวใดๆ



ตัวอย่างที่ 5

เมทริกซ์ในข้อใดต่อไปนี้เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ เพราะเหตุใด

$$1. A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$



ตอบ

เมทริกซ์ A เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ เพราะเป็นเมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลักเท่ากับ 1 ทุกตัว และสมาชิกที่เหลือเป็นศูนย์ทุกตัว

$$2. B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



ตอบ

เมทริกซ์ B เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ เพราะเป็นเมทริกซ์จัตุรัสที่มีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลักเท่ากับ 1 ทุกตัว และสมาชิกที่เหลือเป็นศูนย์ทุกตัว



$$3. C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



ตอบ เมทริกซ์ C ไม่เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ เพราะสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลักบางตัวไม่เท่ากับ 1

$$4. D = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



ตอบ เมทริกซ์ D ไม่เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์ เพราะสมาชิกที่ไม่ได้อยู่ในแนวเส้นทแยงมุมหลักบางตัวไม่เท่ากับ 0

5. เมทริกซ์เอกฐาน (Singular matrix)

เป็นเมทริกซ์จัตุรัสที่ไม่มีอินเวอร์สการคูณ

เมทริกซ์ไม่เอกฐาน (Nonsingular matrix)

เป็นเมทริกซ์จัตุรัสที่มีอินเวอร์สการคูณ

โปรดติดตามใน เล่มที่ 6 “อินเวอร์สการคูณของเมทริกซ์”



แบบฝึกทักษะที่ 2.1

เรื่อง ชนิดของเมทริกซ์



คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในตารางให้ถูกต้อง

ข้อ	เมทริกซ์	ชนิดของเมทริกซ์			
		จัตุรัส	ศูนย์	สเกลาร์	เอกลักษณ์
ตัวอย่าง	$A = [0]$	✓	✓		
ตัวอย่าง	$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$	✓		✓	
1	$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$				
2	$D = [0 \ 0 \ 0]$				
3	$E = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$				
4	$F = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 4 & 2 & 4 \\ -2 & 4 & 2 \end{bmatrix}$				
5	$G = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$				



เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์

ข้อ	เมทริกซ์	ชนิดของเมทริกซ์			
		จัตุรัส	ศูนย์	สเกลาร์	เอกลักษณ์
6	$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$				
7	$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$				
8	$J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$				
9	$K = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix}$				
10	$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$				



แบบฝึกทักษะที่ 2.2

เรื่อง ชนิดของเมทริกซ์



คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนเมทริกซ์ตามเงื่อนไขที่กำหนด
พร้อมทั้งบอกชนิดของเมทริกซ์

1. กำหนด $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ และ $a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } i \neq j \\ 0 & \text{เมื่อ } i = j \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

2. กำหนด $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ และ $b_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } i \neq j \\ 1 & \text{เมื่อ } i = j \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....



เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์

3. กำหนด $C = [c_{ij}]_{4 \times 4}$ และ $c_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } i \neq j \\ i - j & \text{เมื่อ } i = j \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

4. กำหนด $D = [d_{ij}]_{4 \times 4}$ และ $d_{ij} = \begin{cases} i + j & \text{เมื่อ } i < j \\ i \cdot j & \text{เมื่อ } i = j \\ i - j & \text{เมื่อ } i > j \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....

5. กำหนด $E = [e_{ij}]_{4 \times 4}$ และ $e_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } i \neq j \\ -3 & \text{เมื่อ } i = j \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

.....





แบบทดสอบหลังเรียน เรื่องความหมายและชนิดของเมทริกซ์

วิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม 2

รหัสวิชา ค31202

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

จำนวน 10 ข้อ

เวลา 20 นาที

คะแนนเต็ม 10 คะแนน

คำชี้แจง

1. แบบทดสอบนี้เป็นแบบปรนัยชนิดเลือกตอบ 4 ตัวเลือก จำนวน 10 ข้อ
2. ให้นักเรียนทำเครื่องหมายกากบาท (X) ทับตัวอักษรหน้าข้อที่ถูกต้อง

1. ต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. เมทริกซ์จัตุรัสเขียนแทนด้วย $A = [a_{ij}]_{m \times n}$

ข. เมทริกซ์จัตุรัสมีสมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลัก คือ a_{ij} เมื่อ $i = j$

ค. เมทริกซ์จัตุรัสมีสมาชิกที่อยู่เหนือแนวเส้นทแยงมุมหลัก คือ a_{ij} เมื่อ $i < j$

ง. เมทริกซ์จัตุรัสมีสมาชิกที่อยู่ใต้แนวเส้นทแยงมุมหลัก คือ a_{ij} เมื่อ $i > j$

2. กำหนด $A = [a_{ij}]_{1 \times 3}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $A = [a_{ij}]_{1 \times 3}$ เมื่อ $i \in \{1, 2, 3\}$ และ $j \in \{1\}$

ข. $A = [a_{ij}]_{1 \times 3}$ เมื่อ $i \in \{1\}$ และ $j \in \{3\}$

ค. $A = [a_{ij}]_{1 \times 3}$ เมื่อ $i \in \{3\}$ และ $j \in \{1, 2, 3\}$

ง. $A = [a_{ij}]_{1 \times 3}$ เมื่อ $i \in \{1\}$ และ $j \in \{1, 2, 3\}$

3. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & -2 & 1 \\ 4 & -3 & 0 & -4 \end{bmatrix}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $a_{11} + a_{21} + a_{31} = 7$

ข. $a_{11} - a_{22} + a_{33} = 2$

ค. $a_{12} + a_{23} + a_{34} = 4$

ง. $a_{14} - a_{24} + a_{34} = -5$



เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์

4. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. A เป็นเมทริกซ์ที่มี 2 หลัก 3 แถว

ข. 3×2 เป็นมิติของเมทริกซ์ A

ค. 2×3 เป็นมิติของเมทริกซ์ A

ง. A เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาด 3×2

5. กำหนด $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}$ แล้วข้อใดถูกต้อง

ก. A เป็นเมทริกซ์จัตุรัส

ข. A เป็นเมทริกซ์สเกลาร์

ค. A เป็นเมทริกซ์ศูนย์

ง. A เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์

6. กำหนด $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ ข้อใดต่อไปนี้ไม่มีผลลัพธ์ต่างจากข้ออื่น

ก. $a_{11} + a_{33} + a_{23}$

ข. $2a_{33} - a_{11}a_{13} + a_{22}$

ค. $a_{13} + a_{22} + 3a_{31}$

ง. $2a_{11} + a_{21} + a_{31}$

7. กำหนด $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ แล้วข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. สมาชิกในแนวเส้นทแยงมุมหลัก คือ 0

ข. A เป็นเมทริกซ์ที่มีมิติ 4×4

ค. A เมทริกซ์จัตุรัส

ง. A เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์



เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์

8. กำหนดให้ $A = [a_{ij}]_{4 \times 4}$ ถ้า $a_{ij} = \begin{cases} i + j & \text{เมื่อ } i < j \\ 1 & \text{เมื่อ } i = j \\ i - j & \text{เมื่อ } i > j \end{cases}$ แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 1 & 1 \\ 5 & 6 & 7 & 1 \end{bmatrix}$

ข. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 1 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

ค. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & 1 & 5 & 6 \\ -2 & -1 & 1 & 7 \\ -3 & -2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

ง. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 1 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 1 & 7 \\ 5 & 6 & 7 & 1 \end{bmatrix}$

9. กำหนด $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. B เป็นเมทริกซ์ที่มี 2 แถว 3 หลัก

ข. 3×2 เป็นมิติของเมทริกซ์ B

ค. 2×3 เป็นมิติของเมทริกซ์ B

ง. B เป็นเมทริกซ์ที่มีขนาด 2×3

10. ข้อใดต่อไปนี้ไม่ถูกต้อง

ก. เมทริกซ์เอกลักษณ์เป็นเมทริกซ์สเกลาร์

ข. เมทริกซ์สเกลาร์เป็นเมทริกซ์จัตุรัส

ค. เมทริกซ์เอกลักษณ์เป็นเมทริกซ์จัตุรัส

ง. เมทริกซ์สเกลาร์เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์





กระดาษคำตอบแบบทดสอบหลังเรียน
เรื่อง ความหมายและชนิดของเมทริกซ์

ชื่อ.....ชั้น.....เลขที่.....

ข้อ	ก	ข	ค	ง
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				



คะแนนเต็ม 10 คะแนน
ทำได้.....คะแนน





แบบบันทึกคะแนน
เรื่อง ความหมายและชนิดของเมทริกซ์

รายการ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	ผลการพัฒนา
แบบทดสอบก่อนเรียน	10		
แบบทดสอบหลังเรียน	10		

รายการ	คะแนนเต็ม	คะแนนที่ได้	ผลการประเมิน	
			ผ่านเกณฑ์	ไม่ผ่านเกณฑ์
แบบฝึกทักษะที่ 1.1	30			
แบบฝึกทักษะที่ 1.2	30			
แบบฝึกทักษะที่ 2.1	40			
แบบฝึกทักษะที่ 2.2	10			

เกณฑ์การประเมิน

- ◇ มีการพัฒนา หมายถึง คะแนนสอบหลังเรียนมากกว่าคะแนนก่อนเรียน
- ◇ ในแต่ละแบบฝึกทักษะนักเรียนจะต้องทำแบบฝึกทักษะถูกต้องไม่น้อยกว่าร้อยละ 80
 - ★ แบบฝึกทักษะที่ 1.1 นักเรียนจะต้องทำแบบฝึกทักษะถูกต้องไม่น้อยกว่า 24 คะแนน
 - ★ แบบฝึกทักษะที่ 1.2 นักเรียนจะต้องทำแบบฝึกทักษะถูกต้องไม่น้อยกว่า 24 คะแนน
 - ★ แบบฝึกทักษะที่ 2.1 นักเรียนจะต้องทำแบบฝึกทักษะถูกต้องไม่น้อยกว่า 32 คะแนน
 - ★ แบบฝึกทักษะที่ 2.2 นักเรียนจะต้องทำแบบฝึกทักษะถูกต้องไม่น้อยกว่า 8 คะแนน



ภาคผนวก





เฉลยแบบทดสอบก่อนเรียน
เรื่อง ความหมายและชนิดของเมทริกซ์

ข้อ	คำตอบ
1	ค
2	ข
3	ก
4	ง
5	ง
6	ค
7	ข
8	ง
9	ง
10	ค



เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบก่อนเรียน

(ข้อละ 1 คะแนน จำนวน 10 ข้อ รวม 10 คะแนน)

- ตอบถูก 1 ข้อ ได้ 1 คะแนน
- ตอบผิด 1 ข้อ หรือไม่ตอบ ได้ 0 คะแนน



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.1

เรื่อง ความหมายของเมทริกซ์



คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนจำนวนแถว จำนวนหลัก และมิติลงในตารางให้ถูกต้อง

ข้อ	เมทริกซ์	จำนวนแถว	จำนวนหลัก	มิติ
ตัวอย่าง	$Z = \begin{bmatrix} -2 & 3 \end{bmatrix}$	1	2	1×2
1	$A = \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$	1	1	1×1
2	$B = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{bmatrix}$	3	1	3×1
3	$C = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$	2	2	2×2
4	$D = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 3 \\ 0 & -5 \end{bmatrix}$	3	2	3×2
5	$E = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 2 \end{bmatrix}$	2	3	2×3
6	$F = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 2 & -2 & 0 \\ 3 & 5 & 8 \end{bmatrix}$	3	3	3×3



ข้อ	เมทริกซ์	จำนวนแถว	จำนวนหลัก	มิติ
7	$G = \begin{bmatrix} -4 & 2 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 5 & 7 \end{bmatrix}$	3	4	3×4
8	$H = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & 3 & -3 \\ 0 & 4 & -4 \end{bmatrix}$	4	3	4×3
9	$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	4	4	4×4
10	$J = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \end{bmatrix}$	4	5	4×5



เกณฑ์การให้คะแนน แบบฝึกทักษะที่ 1.1

(ข้อละ 3 คะแนน จำนวน 10 ข้อ รวม 30 คะแนน)

- เต็มคำตอบถูกต้องช่องละ 1 คะแนน
- เต็มคำตอบผิด หรือไม่เต็มคำตอบ ได้ช่องละ 0 คะแนน



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 1.2

เรื่อง สมาชิกของเมทริกซ์



คำชี้แจง : ให้นักเรียนเติมคำตอบลงในช่องว่างให้ถูกต้อง

1 กำหนด $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 4 & -6 & 0 \end{bmatrix}$ จงหา a_{12} , a_{13} , a_{21} , a_{23}

วิธีทำ a_{12} คือ สมาชิกของ A ในแถวที่.....1.....หลักที่.....2.....

ดังนั้น $a_{12} = \dots\dots\dots 1 \dots\dots\dots$

a_{13} คือ สมาชิกของ A ในแถวที่.....1.....หลักที่.....3.....

ดังนั้น $a_{13} = \dots\dots\dots 3 \dots\dots\dots$

a_{21} คือ สมาชิกของ A ในแถวที่.....2.....หลักที่.....1.....

ดังนั้น $a_{21} = \dots\dots\dots 4 \dots\dots\dots$

a_{23} คือ สมาชิกของ A ในแถวที่.....2.....หลักที่.....3.....

ดังนั้น $a_{23} = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots$

2 กำหนด $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 0 & -3 & 5 \\ -4 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ จงหา b_{11} , b_{13} , b_{21} , b_{22} , b_{23} , b_{32} , b_{33}

วิธีทำ b_{11} คือ สมาชิกของ B ในแถวที่.....1.....หลักที่.....1.....

ดังนั้น $b_{11} = \dots\dots\dots 2 \dots\dots\dots$

b_{13} คือ สมาชิกของ B ในแถวที่.....1.....หลักที่.....3.....

ดังนั้น $b_{13} = \dots\dots\dots 4 \dots\dots\dots$

b_{21} คือ สมาชิกของ B ในแถวที่.....2.....หลักที่.....1.....

ดังนั้น $b_{21} = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots$



เรื่อง ระบบสมการเชิงเส้นและเมทริกซ์

b_{22} คือ สมาชิกของ B ในแถวที่.....2.....หลักที่.....2.....

ดังนั้น $b_{22} = \dots\dots\dots -3 \dots\dots$

b_{23} คือ สมาชิกของ B ในแถวที่.....2.....หลักที่.....3.....

ดังนั้น $b_{23} = \dots\dots\dots 5 \dots\dots$

b_{32} คือ สมาชิกของ B ในแถวที่.....3.....หลักที่.....2.....

ดังนั้น $b_{32} = \dots\dots\dots 2 \dots\dots$

b_{33} คือ สมาชิกของ B ในแถวที่.....3.....หลักที่.....3.....

ดังนั้น $b_{33} = \dots\dots\dots 1 \dots\dots$

3 กำหนด $C = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 1 & 2 \\ -3 & -2 & 2 & 3 \\ -4 & -3 & 3 & 4 \\ -5 & -4 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ และ $D = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 4 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ จงหา

1) $c_{11}d_{11} + c_{12}d_{12} + c_{13}d_{13} + c_{14}d_{14}$

2) $c_{11}d_{21} - c_{22}d_{22} - c_{33}d_{23} + c_{44}d_{24}$

วิธีทำ

1) $c_{11}d_{11} + c_{12}d_{12} + c_{13}d_{13} + c_{14}d_{14}$

$c_{11}d_{11} + c_{12}d_{12} + c_{13}d_{13} + c_{14}d_{14} = (-2)(1) + (-1)(2) + (1)(2) + (2)(1)$

$\dots\dots\dots = (-2) + (-2) + 2 + 2$

$\dots\dots\dots = 0$

2) $c_{11}d_{21} - c_{22}d_{22} - c_{33}d_{23} + c_{44}d_{24}$

$c_{11}d_{21} - c_{22}d_{22} - c_{33}d_{23} + c_{44}d_{24} = (-2)(4) - (-2)(2) - (3)(3) + (5)(1)$

$\dots\dots\dots = (-8) - (-4) - 9 + 5$

$\dots\dots\dots = -8$



**เกณฑ์การให้คะแนน แบบฝึกทักษะที่ 1.2**

ข้อ 1 และข้อ 2 (จำนวน 26 คะแนน)

- เต็มคำตอบถูกต้อง ช่องละ 1 คะแนน
- เต็มคำตอบผิด หรือไม่เต็มคำตอบ ได้ช่องละ 0 คะแนน

ข้อ 3 (จำนวน 4 คะแนน)

- หาคำตอบได้ถูกต้อง ได้ข้อละ 2 คะแนน
- หาคำตอบไม่ถูกต้อง ได้ข้อละ 0 คะแนน

รวมข้อ 1-3 ทั้งหมด 30 คะแนน



เฉลยแบบฝึกทักษะที่ 2.1

เรื่อง ชนิดของเมทริกซ์



คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนเครื่องหมาย ✓ ลงในช่องที่ตรงกับชนิดของเมทริกซ์ที่กำหนด และ ✗ ลงในช่องที่ไม่ตรงกับชนิดของเมทริกซ์ที่กำหนด

ข้อ	เมทริกซ์	ชนิดของเมทริกซ์			
		จัตุรัส	ศูนย์	สเกลาร์	เอกลักษณะ
ตัวอย่าง	$A = [0]$	✓	✓	✗	✗
ตัวอย่าง	$B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$	✓	✗	✓	✗
1	$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	✓	✗	✓	✓
2	$D = [0 \ 0 \ 0]$	✗	✓	✗	✗
3	$E = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	✗	✗	✗	✗
4	$F = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 4 & 2 & 4 \\ -2 & 4 & 2 \end{bmatrix}$	✓	✗	✗	✗
5	$G = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$	✓	✗	✓	✗



ข้อ	เมทริกซ์	ชนิดของเมทริกซ์			
		จัตุรัส	ศูนย์	สเกลาร์	เอกลักษณ์
6	$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	×	✓	×	×
7	$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	✓	×	✓	✓
8	$J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	×	✓	×	×
9	$K = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} \end{bmatrix}$	✓	×	✓	×
10	$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	✓	×	✓	✓



เกณฑ์การให้คะแนน แบบฝึกทักษะที่ 2.1

(ข้อละ 4 คะแนน จำนวน 10 ข้อ รวม 40 คะแนน)

- เติมเครื่องหมาย ✓ และ ✗ ลงในช่องที่ถูกต้อง ได้ช่องละ 1 คะแนน
- เติมเครื่องหมาย ✓ และ ✗ ผิด หรือไม่เติม ได้ช่องละ 0 คะแนน



แบบฝึกทักษะที่ 2.2

เรื่อง ชนิดของเมทริกซ์



คำชี้แจง : ให้นักเรียนเขียนเมทริกซ์ตามเงื่อนไขที่กำหนด
พร้อมทั้งบอกชนิดของเมทริกซ์

1. กำหนด $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ และ $a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{เมื่อ } i \neq j \\ 0 & \text{เมื่อ } i = j \end{cases}$

วิธีทำ
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น A เป็นเมทริกซ์จัตุรัส

2. กำหนด $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ และ $b_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } i \neq j \\ 1 & \text{เมื่อ } i = j \end{cases}$

วิธีทำ
$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น B เป็นเมทริกซ์จัตุรัส เมทริกซ์เอกลักษณ์ และเมทริกซ์สเกลาร์

3. กำหนด $C = [c_{ij}]_{4 \times 4}$ และ $c_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } i \neq j \\ i - j & \text{เมื่อ } i = j \end{cases}$

วิธีทำ
$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ดังนั้น C เป็นเมทริกซ์จัตุรัส เมทริกซ์ศูนย์



4. กำหนด $D = [d_{ij}]_{4 \times 4}$ และ $d_{ij} = \begin{cases} i + j & \text{เมื่อ } i < j \\ i \cdot j & \text{เมื่อ } i = j \\ i - j & \text{เมื่อ } i > j \end{cases}$

วิธีทำ $D = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 9 & 7 \\ 3 & 2 & 1 & 16 \end{bmatrix}$

ดังนั้น D เป็นเมทริกซ์จัตุรัส

5. กำหนด $E = [e_{ij}]_{4 \times 4}$ และ $e_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{เมื่อ } i \neq j \\ -3 & \text{เมื่อ } i = j \end{cases}$

วิธีทำ $E = \begin{bmatrix} -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 \end{bmatrix}$

ดังนั้น E เป็นเมทริกซ์จัตุรัส และเมทริกซ์สเกลาร์

เกณฑ์การให้คะแนน แบบฝึกทักษะที่ 2.2

(ข้อละ 2 คะแนน จำนวน 5 ข้อ รวม 10 คะแนน)

- เขียนเมทริกซ์และบอกชนิดของเมทริกซ์ถูกต้อง ได้ 2 คะแนน
- เขียนเมทริกซ์หรือบอกชนิดของเมทริกซ์ถูกต้องเพียงอย่างเดียว ได้ 1 คะแนน
- เขียนเมทริกซ์และบอกชนิดของเมทริกซ์ไม่ถูกต้อง หรือไม่เขียนเลย ได้ 0 คะแนน





เฉลยแบบทดสอบหลังเรียน
เรื่อง ความหมายและชนิดของเมทริกซ์

ข้อ	คำตอบ
1	ก
2	ง
3	ง
4	ค
5	ค
6	ค
7	ง
8	ข
9	ข
10	ง

เกณฑ์การให้คะแนนแบบทดสอบก่อนเรียน

(ข้อละ 1 คะแนน จำนวน 10 ข้อ รวม 10 คะแนน)

- ตอบถูก 1 ข้อ ได้ 1 คะแนน
- ตอบผิด 1 ข้อ หรือไม่ตอบ ได้ 0 คะแนน



บรรณานุกรม

กวิยา เนาวประทีป. 2556. เทคนิคการเรียนรู้คณิตศาสตร์ : เมตริกซ์. กรุงเทพมหานคร:

สำนักพิมพ์ฟิสส์เซ็นเตอร์.

กระทรวงศึกษาธิการ. 2552. หลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551.

กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ชุมนุมสหกรณ์การเกษตรแห่งประเทศไทย.

จักรินทร์ วรรณโพธิ์กลาง. 2551 คัมภีร์คณิตศาสตร์ Entrance A-NET ระบบ Admission

สอบตรง และโควตา. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์ พ.ศ.พัฒนา จำกัด.

ธนวัฒน์(สันติ) สันทราพรพล. 2553. แบบฝึกหัดและเทคนิคคิดโจทย์เร็วคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ม.4 เล่ม 2 .กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์ SCIENCE CENTER.

สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี. 2553. คู่มือครูรายวิชาเพิ่มเติม

คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 .กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ สกสค.,

ลาดพร้าว.

----- . 2556. หนังสือเรียนรายวิชาเพิ่มเติม คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4-6 .

กรุงเทพมหานคร: โรงพิมพ์ สกสค.,ลาดพร้าว.

